

Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1976, S. 60) kann man die Menge der Zeichenzahlen

$$S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$$

in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen



Dabei gilt also

$$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x) \text{ für } (x.) \in P_{td} \text{ und } (.x) \in P_{tt}.$$

2. Zeichenzahlen als Elemente von S unterscheiden sind also von den von Bense (1981, S. 17 ff.) auch als Primzeichen bezeichneten Zeichenzahlen als Elemente von $P = (1, 2, 3)$, insofern die letzteren die Peanoaxiome erfüllen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), die ersteren aber nicht, sondern den doppelt positiven Quadranten eines gaußschen Zahlenfeldes bilden, wobei man somit entweder P_{td} oder P_{tt} als imaginäre Achse auffassen kann. Rein formal könnte man somit für jede Zeichenzahl der Form $S = \langle a.b \rangle$ vier reell-imaginäre kartesische Produkte definieren

$$\langle a.b \rangle \quad \langle a.b_i \rangle$$

$$\langle a_i.b \rangle \quad \langle a_i.b_i \rangle.$$

Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2014a) gezeigt, daß wir wegen $(P_{td} \neq P_{tt})$ für jedes $S = \langle a.b \rangle$ ein Quadrupel der Form

$$S_1 = [a, [b]] \quad S_2 = [[b], a]$$

$$S_3 = [[a], b] \quad S_4 = [b, [a]]$$

mit $S_2 = S_1^{-1}$ und $S_4 = S_3^{-1}$

bekommen. Wenn wir also annehmen, daß wir die Imaginarität entweder von P_{td} oder von P_{tt} ebenfalls durch Anwendung des Einbettungsoperators E definieren dürfen, dann wird vermöge der reell-imaginären kartesischen Produkte aus dem Quadrupel ein Octupel

$$S_1 = [a, [b]] \quad S_2 = [[b], a]$$

$$S_3 = [[a], b] \quad S_4 = [b, [a]]$$

$$S_5 = [a, b] \quad S_6 = [b, a]$$

$$S_7 = [[a], [b]] \quad S_8 = [[b], [a]]$$

(mit $S_6 = S_5^{-1}$ und $S_8 = S_7^{-1}$). Wie man allerdings zeigen kann (vgl. Toth 2014b-d), sind die beiden zusätzlichen Paare S_5/ S_6 und S_7/ S_8 redundant, da das erste Paare keine Einbettung und das zweite Paar eine redundante Einbettung enthält. Daraus folgt also, daß sich die Imaginarität von P_{td} oder von P_{tt} allein durch das Paar

$$S_1 = [a, [b]]$$

$$S_2 = [[a], b]$$

sowie eines Konversionsoperators K darstellen läßt, d.h. wir können die Menge S von Zeichenzahlen durch das Tripel

$$S = (S_1, S_2, K)$$

definieren.

3. Man beachte, daß die Definition $S = (S_1, S_2, K)$ auch ausreicht, um quaternäre Zeichenzahlen zu definieren. Dabei ist auszugehen von

$$S^* = [a, [b, [c, [d]]]],$$

worin a reell und b, c, d imaginär sind. Bei den $4! = 24$ Permutationen

$$S_1^* = [a, [b, [c, [d]]]]$$

$$S_2^* = [b, [a, [c, [d]]]]$$

$$S_3^* = [c, [b, [a, [d]]]]$$

$$S_4^* = [d, [b, [c, [a]]]], \text{ usw.,}$$

die man erhält, kann man wegen der für komplexe Zeichenzahlen möglichen Reduktion der Quadrupel auf Paare, wie sie oben gezeigt wurde, auf die zu S_1^* ... S_{24}^* konversen quaternionären Zeichenzahlen verzichten. Da Imaginarität ja durch Anwendung des Einbettungsoperators E definiert wurde, sind die drei quaternionären Zeichenzahlen jeweils paarweise als Einbettungen von Einbettungen definierbar, d.h. es ändert sich gegenüber den komplexen Zeichenzahlen überhaupt nichts.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Gerichtete Ränder und systemische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

9.12.2014